TP1 - Commande d'un asservissement de position avec jeu mécanique

1 But de la manipulation

On considère un schéma de commande proportionnelle permettant l'asservissement de la position de l'axe secondaire du procédé électromécanique déjà utilisé dans les travaux pratiques de l'Automatique de Licence EEA. Cette manipulation concerne l'étude, dans le plan de phase, du comportement de cet asservissement lorsque le capteur de position présente une nonlinéarité de type jeu mécanique. Une contre-réaction tachymétrique est alors mise en place pour conférer au système bouclé des propriétés satisfaisantes.

Le travail demandé est effectué en simulation sous MATLAB-Simulink. Cependant, une vérification qualitative des résultats obtenus pourra être effectuée sur une platine réelle avec l'aide d'un enseignant.

2 Principe de fonctionnement des éléments constitutifs de l'asservissement.

2.1 Schéma-bloc

Le schéma bloc de l'asservissement est décrit dans la Figure 1

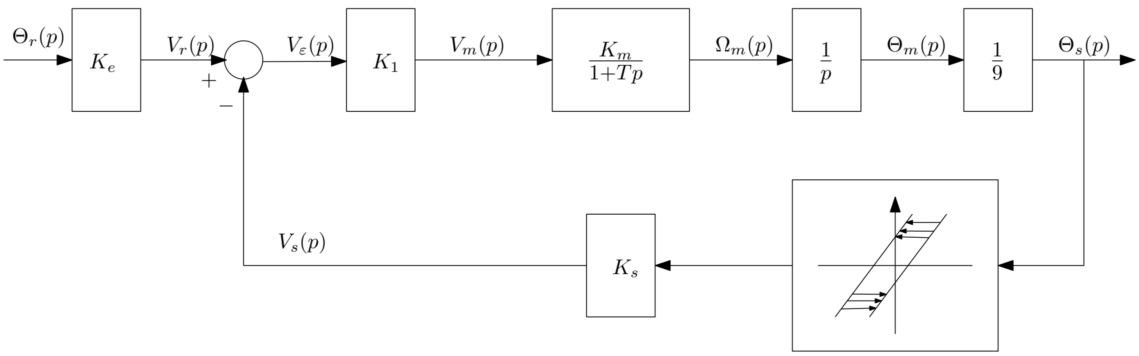


FIGURE 1 – Commande proportionnelle d'un procédé électromécanique.

Les sous-système compris entre $v_m(t)$, tension d'induit du moteur à courant continu utilisé, et $\Theta_m(t)$, position de son axe, peut être modélisé par la fonction de transfert $\frac{K_m}{p(1+Tp)}$, avec $Km = 9trs^{-1}V^{-1}$ et $T = 0.3s$. Un réducteur de rapport $\frac{1}{9}$ est présent entre l'axe de ce moteur et l'axe secondaire du procédé électromécanique, dont la position est désignée par $\theta_s(t)$.

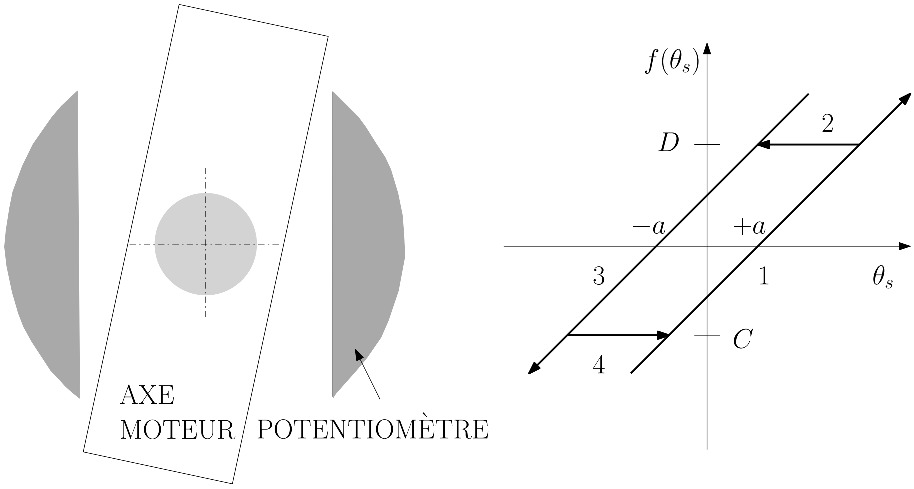
Un potentiomètre linéaire de gain $K_e = 10Vtr^{-1}$ permet de convertir la position de consigne $\theta_r(t)$ en une tension $v_r(t)$. Le potentiomètre de sortie est quant à lui non linéaire : la tension $v_s(t)$ qu'il délivre est de la forme $v_s(t) = K_s f(\theta_s(t))$, où K_s est un gain constant égal à K_e et $f(.)$ désigne la caractéristique entrée-sortie d'une non-linéarité de type jeu mécanique. Le comportement d'un jeu est détaillé dans la section suivante.

Enfin le régulateur, de type proportionnel, admet pour équation $v_m(t) = k_1(v_r(t) - v_s(t))$ où k_1 est un gain réglable par l'opérateur.

2.2 Jeu mécanique

L'axe secondaire du procédé électromécanique et l'axe du potentiomètre de sortie ne sont pas solidaires. Le jeu mécanique présenté par leur couplage est schématisé Figure 2(a) ; sa représentation entrée-sortie fait l'objet de la Figure 2(b), où $2a = 18/360tr$, où de manière équivalente $2a = 2/2\pi \cdot rad$.

Un jeu mécanique n'est pas un élément statique, i.e. son signal de sortie $f(\theta(t))$ ne dépende pas seulement de l'entrée $\theta(t)$ à l'instant t, mais également du passé de $\theta(t)$; en d'autres termes, $f(.)$ est une fonctionnelle et



(a) Principe (b) Caractéristique entrée-sortie

FIGURE 2 – Jeu mécanique entre l'axe secondaire et l'axe du potentiomètre de sortie.

non une fonction. Afin de mener une étude rigoureuse, il est opportun de modéliser le comportement de cette non-linéarité par une machine à états finis telle que celle faisant l'objet de la Figure 3.

3 Analyse de l'asservissement dans le plan de phase

La gain K_1 est fixé à $K_1 = 4$. On raisonne dans le plan de phase $(x_1, x_2) = (\theta_m, \dot{\theta}_m)$.

1. Trouver les modes de foncionement dans le diagramme de la Fig. 3.
2. Construire en MATLAB-Simulink l'asservissement et interpréter qualitativement le réponse d'un bloc non-linéaire de type jeu ("backlash") à une entrée sinusoïdale et d'une rampe.
3. Écrire les équations d'état de l'asservissement pour chacun des 4 régimes de fonctionnement du jeu.
4. Quel est la valeur de D et C chaque fois qui entre dans la zone 2 et 4, respectivement ?
5. Caractériser l'allure des trajectoires de phase correspondantes. Les équations analytiques ne sont pas demandées.
6. Déterminer la pente de la isocline à 0 dans le foyer.
7. Déterminer les courbes de commutation de l'élément non linéaire dans le plan de phase, quand $|\theta_r^0| < C$ et $|\theta_r^0| < D$.
8. Esquisser dans le plan de phase le comportement dynamique du système asservi à partir d'une condition initiale de la forme $(x_1^0, 0)$ pour les 4 ou 5 premières commutations. Pour simplifier, on supposera que le jeu est initialement dans la zone 1 ou 3.
9. Simuler le comportement de l'asservissement pour diverses conditions initiales et avec $K_1 = 0.1, 1 et 5$. Commenter.
10. Calculer la valeur de K_1 limite qui passe d'un comportement en cycle limite.

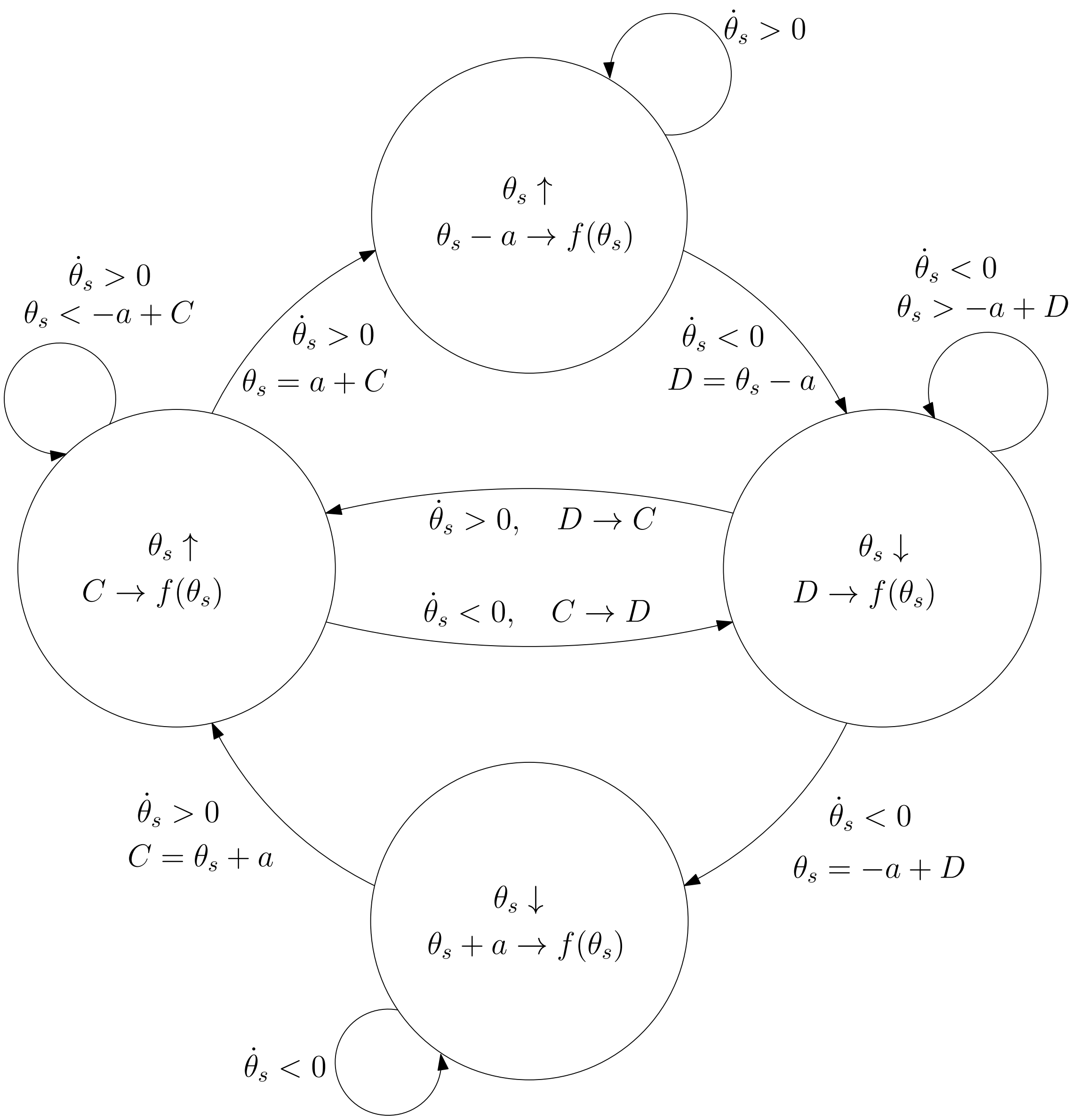


FIGURE 3 – Diagramme des états du jeu présenté Figures 2(a)-2(b).

4 Synthèse d'une contre-réaction tachymétrique

Le procédé électromécanique est muni d'une génératrice tachymétrique de gain $K_g = 0.105V(tr/s)^{-1}$, qui génère une tension $v_g(t)$ image instantanée de la position $\omega_m(t)$ de l'axe moteur.

On désire supprimer les auto-oscillations précédemment mises en évidence au moyen d'une contre-réaction tachymétrique (Figure 4).

1. Sachant que la dynamique de la boucle interne est du même type que celle du moteur, déterminer à partir des résultats établis dans la section précédente les équations d'état de l'asservissement pour chaque zone de fonctionnement de la non-linéarité.
2. Caractériser les modifications qu'une contre-réaction tachymétrique peut apporter sur le comportement de l'asservissement.
3. Indiquer quelle doit être la nature des points singuliers dans les régimes de fonctionnement 1 et 3 pour que soient supprimées les auto-oscillations. Déterminer la valeur minimale de K_2 permettant d'atteindre cet objectif.
4. Vérifier cette valeur par simulation sous Simulink.
5. Effectuer quelques simulations pour diverses conditions initiales et/ou valeurs de K_2.

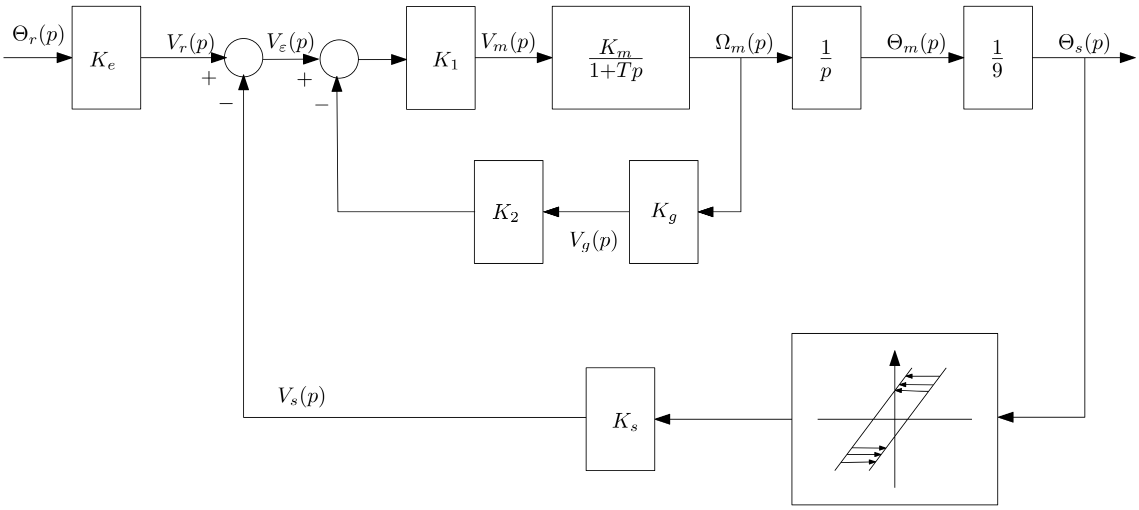


FIGURE 4 – Asservissement de l'axe secondaire avec introduction d'une contre-réaction tachymétrique.

6. Effectuer quelques simulations pour diverses conditions initiales dans le plan (V_s, V_g) et conclure.

5 Lien avec les mesures pouvant être effectuées sur le procédé.

Les signaux définissant le plan de phase ne sont pas accessibles à la mesure sur le procédé réel. En effet, les seuls signaux pouvant être visualisés sur l'oscilloscope étant des tensions, on est amené à raisonner dans le plan (v_s, v_g).

1. Esquisser la nature des trajectoires obtenus dans ce plan pour chaque régime de fonctionnement de l'asservissement.
2. Vérifier ces tracés qualitatifs par simulations.
3. En présence d'un enseignant, vérifier l'ensemble des résultats sur le procédé.

TP2 - Analyse de stabilité d'un système à bac d'eau

1 But de la manipulation

On souhaite évaluer le comportement dynamique d'un dispositif de régulation de niveau. Dans un premier temps on étudie un système composé par un seul bac d'eau, une entrée et une fuite et ensuite on étudie un système composé par deux bacs d'eau communiquants entre eux sans/avec entrée et fuite.

2 Analyse du procédé un bac d'eau

2.1 Le procédé

Le système représenté sur la Figure 1 est composé d'un bac cylindrique de section S. Il se vide par un cylindre de section $S_n << S$. Une pompe de débit constant Q_0 permet de remplir le bac. Lors de cette manipulation, nous allons nous intéresser au régime libre du niveau de l'eau $H(t)$.

Les valeurs données par le constructeur sont : $Q_0 = 12 \cdot 10^{-5} m^3/s$, $S = 0.0154 m^2$ et $S_n = 5 \cdot 10^{-5} m^2$. La valeur initiale est $H(0) = 0m$.

On suppose que la vitesse de $H(t)$, $v(t)$, est plus petite que la vitesse du fluide qui sort par le cylindre de section S_n, $v_n(t)$, c.a.d. $v(t) << v_n(t)$. De même, on suppose que le diamètre du cylindre de section S_n soit négligeable devant la hauteur $H(t)$.

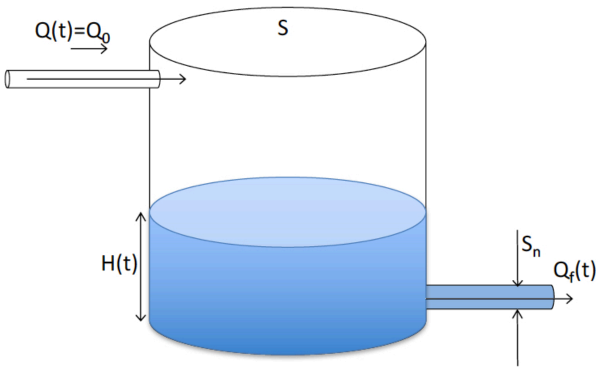


FIGURE 1 – Un bac d'eau avec source et fuite

2.2 Travail à faire

1. Modéliser le système par un bilan de volume. Utiliser le principe de fluides de Torricelli :

$$v_n^2(t) \approx 2gH(t)$$

pour modéliser le débit du fluide sortant.
2. Déterminer le point d'équilibre pour l'entrée Q_0.
3. Linéariser le système non linéaire autour du point d'équilibre et $Q(t) = Q_0$.
4. Analyser la stabilité asymptotique du modèle linéarisé.
5. Simuler en MATLAB/Simulink la réponse aux conditions initiales du modèle linéaire et du modèle non linéaire. Conclure.
6. Trouver une fonction de Lyapunov quadratique pour le modèle linéarisé. Conclure.
7. Vérifier si cette fonction est aussi une fonction de Lyapunov pour le modèle non-linéaire avec entrée Q_0.

3 Analyse du procédé de deux bacs d'eau sans entrée

3.1 Le procédé

Le système représenté sur la Figure 2 est composé de deux bacs cylindriques de section S. Ils sont reliés par un tuyau de section $S_n << S$, où l'eau peut circuler dans les deux directions. Lors de cette manipulation, nous allons nous intéresser au niveau de l'eau $H_1(t)$ et $H_2(t)$.

Les valeurs données par le constructeur sont : $S = 0.0154 m^2$ et $S_n = 5 \cdot 10^{-5} m^2$. Les valeurs initiales sont $H_1(0) = 0.3m$ et $H_2(0) = 0.2m$.

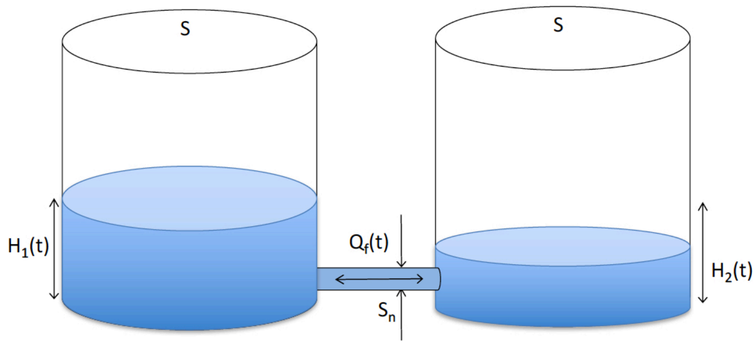


Figure 2 – Deux bac d'eau sans source et fuite

3.2 Travail à faire

1. Modéliser le système par un bilan de volume. Utiliser le principe de Torricelli des fluides :
$$v_n(t)^2 = 2g(H_1(t) - H_2(t))$$
pour modéliser le débit du fluide qui circule dans le tuyau de connexion.
2. Déterminer le point d'équilibre en prenant en compte la conservation de la masse.
3. Linéariser autour du point d'équilibre. Quel problème trouve t'on ?
4. Simuler en MATLAB/Simulink la réponse aux conditions initiales du modèle non linéaire.
5. Trouver une fonction de Lyapunov pour le modèle non-linéaire. Le système est-il globalement asymptotiquement stable ?

4 Analyse du procédé de deux bacs d'eau avec régulation

4.1 Le procédé

Le système représenté sur la Figure 3 est composé de deux bacs cylindriques de section S. Ils sont reliés par un tuyau d'écoulement de section $S_n << S$. Le dernier bac se vide par un cylindre (également de section S_n) dans un réservoir situé sous les bacs. Une pompe de débit $Q(t) = K_{debit} u(t)$ permet de remplir respectivement les bacs avec l'eau récupérée dans le réservoir. Le système fonctionne en circuit fermé. La pompe est alimentée par une tension, u, et la relation entre la loi de commande et le débit est donnée par le paramètre K_{debit}. Lors de cette manipulation, nous allons nous intéresser à la régulation de niveau de l'eau $H_1(t)$ et $H_2(t)$.

Les valeurs données par le constructeur sont : $K_{debit} = 1.4 \cdot 10^{-4} m^2/sV$, $Q_0 = 12 \cdot 10^{-5} m^3/s$, $S = 0.0154 m^2$ et $S_n = 5 \cdot 10^{-5} m^2$. Les valeurs initiales sont $H1(0) = 0.3m$ et $H2(0) = 0.2m$.

On suppose que les vitesses de $H_1(t)$ et $H_2(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$ respectivement, sont plus petites que la vitesse du fluide qui circule par les tuyaux de section S_n, $v_n(t)$, c.a.d. $v_1(t) << v_{n_1}(t)$ et $v_2(t) << v_{n_2}(t)$.

4.2 Travail à faire avec un débit d'entrée $u(t) = S_n\sqrt{2gH_2}/K_{debit}$

1. Modéliser le système par un bilan de volume. Utiliser le principe de Torricelli des fluides :
$$v_{n_1}(t)^2 = 2g(H_1(t) - H_2(t)), \qquad v_{n_2}(t)^2 = 2gH_2(t)$$
pour modéliser les débits des fluides qui sortent de chaque bac.

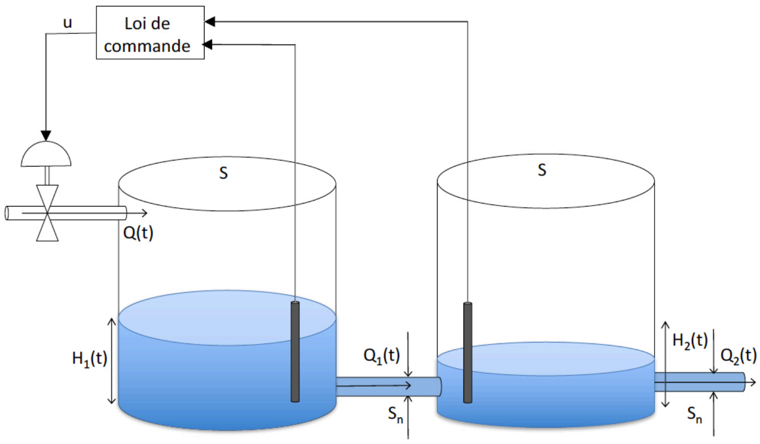


FIGURE 3 – Deux bac d'eau avec source et fuite

2. Déterminer les points d'équilibre.
3. Linéariser autour du point d'équilibre, $H^* = H_1 = 2H_2 = 0.2$.
4. Analyser la stabilité asymptotique du modèle linéarisé.
5. Simuler en MATLAB le modèle linéarisé et le modèle non linéaire.
6. Quel est la limite du modèle linéaire ?
7. Déterminer une fonction de Lyapunov pour le modèle linéarisé autour du point d'équilibre.
8. Déterminer une fonction de Lyapunov pour le modèle non-linéaire. Le système est-il globalement asymptotiquement stable ?

4.3 Travail à faire avec un débit d'entrée $u(t) = K_1(H_1 - H_1^*) + K_2(H_2 - H_2^*)$

1. Modéliser le système par un bilan de volume. Utiliser le principe des fluides de Torricelli :

$$v_{n_1}(t)^2 = 2g(H_1(t) - H_2(t)), \qquad v_{n_2}(t)^2 = 2gH_2(t)$$

   pour modéliser les débits des fluides qui sortent de chaque bac.
2. Déterminer les points d'équilibre.
3. Linéariser autour du point d'équilibre, $H^* = H_1 = 2H_2 = 0.2$.
4. Trouver K_1 et K_2 par retour d'état pour placer les valeurs propres en $[-1, -2]$.
5. Simuler en MATLAB le modèle linéarisé.
6. Quel est le problème physique du modèle linéarisé en boucle fermée ? Comment peut-on résoudre le problème ? Faire une proposition de commande.
7. Déterminer une fonction de Lyapunov pour analyser la stabilité du système non-linéaire commandé.