

EXAMEN TP - Systèmes linéaires à temps continu 2 - EMEAR1H1

Sujet 3

Remarque générale: un certain nombre de questions sont mal formulées voire incomplètes (sans tenir compte de l'orthographe). Certaines réponses sont volontairement limitées par conséquent.

2 - Propriétés du système

1. Les valeurs propres du systèmes peuvent être obtenues à partir de la matrice dynamique et de son polynôme caractéristique.
Le résultat via MATLAB: $VP = [0.5651 - 5.6041 - 0.1428]$. (code: $VP = \text{eig}(A)$)
Les modes du systèmes sont les fonctions temporelles élémentaires composant le régime transitoire. Ici, nous constatons 4 modes apériodiques dûs aux 4 valeurs réelles (pôles), dont une à partie réelle positive. Le modèle du système est instable asymptotiquement.
2. La propriété de commandabilité est vérifiée en calculant le rang de la matrice de commandabilité. Dans ce cas, le rang est de 4, égal au rang n lié à la dimension de la matrice dynamique. Le modèle est commandable (code: $\text{rank}(\text{ctrb}(A,B))$)
La propriété d'observabilité est vérifiée en calculant le rang de la matrice d'observabilité. Je remarque que la matrice C offre 2 sorties (donc 2 fonctions de transfert). Appliquant une force sur le chariot par l'intermédiaire de F (dans le modèle, c'est u), on applique le calcul pour une matrice d'observation $C_i = [1\ 0\ 0\ 0]$. Dans ce cas, le rang est de 4, égal au rang n lié à la dimension de la matrice dynamique. Le modèle est observable (code: $\text{rank}(\text{obsv}(A,C_i))$).
3. Question mal posée, floue.
4. Ci-dessous (Figure 1), le schéma conçu avec SIMULINK.

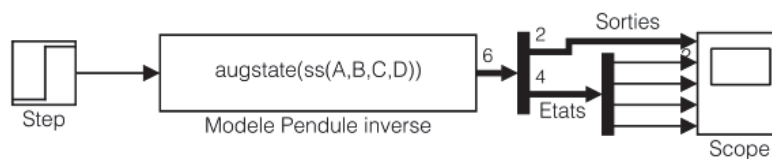


Figure 1: Schéma Simulink du modèle proposé

3 - Synthèse d'une loi de commande par retour d'état

5. Le choix des valeurs propres désirées est imposé. Etant donné la commandabilité du modèle, il est possible de concevoir une commande de type retour d'état. Le calcul nous amène à proposer : $K = [-0.3188 - 1.1060\ 17.2736\ 2.9984]$ (code: $K = \text{place}(A,B,[-5.3+2.35j\ -5.3-2.35j\ -0.6+0.25j\ -0.6-0.25j])$).

A posteriori, le calcul des valeurs propres de $(A - B * K)$ est nécessaire pour valider le résultat.

Concernant le calcul d'un précompensateur pour assurer un cahier des charges en précision (non spécifié), il sera fixé de manière unitaire, puisqu'il n'intervient pas dans le choix des valeurs propres imposées.

6. Ci-dessous (Figure 2), le schéma conçu avec SIMULINK.

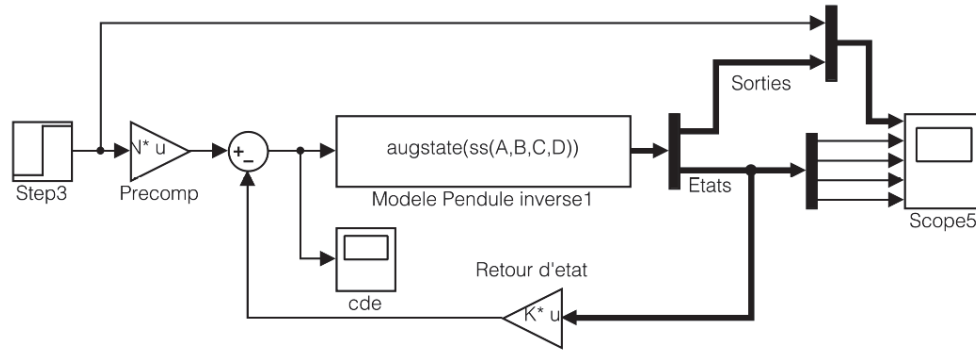


Figure 2: Schéma Simulink du modèle proposé commandé par retour d'état.

4 - Synthèse d'un observateur identité

7. Etant donné le manque de précision dans la question (conception d'observateur sur quel modèle? liaison avec quelle sortie?), une solution est proposée malgré tout.

Le système présente deux sorties, l'observabilité est atteinte en tenant compte de la sortie 1 (position du chariot). La convergence demandée est de 0.3 seconde. Nous savons que les valeurs propres (ici de l'observateur représenté par les matrices (F, G, H, M, N) en séance) sont liées aux constantes de temps constituant le temps de réponse. Nous choisissons de valeurs propres réelles (uniquement) rapides (-10 ou plus petites). Les matrices de l'observateur sont les suivantes (équation 1) (code: $G=\text{acker}(A',Ci',[-20 \ -20 \ -20 \ -20])'$; $F=A-G*Ci$; $H=B$; $M=\text{eye}(4)$;).

$$G = 1.0e + 04 * \begin{bmatrix} 0.0080 \\ 0.2417 \\ 1.2906 \\ 8.8191 \end{bmatrix} \quad F = A - G * Ci, \quad H = B, \quad M = I_4, \quad N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

8. Ci-dessous (Figure 3), le schéma conçu avec SIMULINK.

Remarque: étant donné la question se limitant à fournir un schéma-bloc, aucune simulation de vérification/validation ne sont demandées et donc fournies. Toutefois, pour y arriver, des tests sous conditions initiales différentes (non nulles) sont utiles.

5 - Synthèse d'un observateur identité

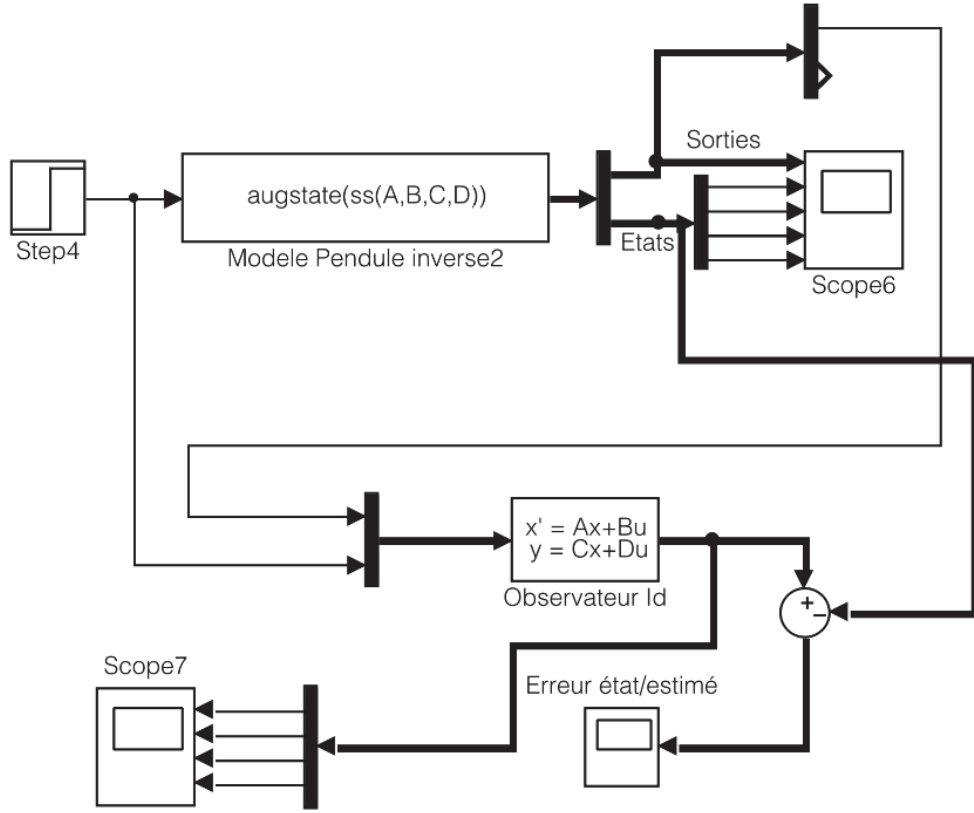


Figure 3: Schéma Simulink du modèle proposé avec un observateur identité (le système utilisant la fonction "augstate").

9. Pour arriver à une matrice C telle que la première sous-matrice est de rang plein, la matrice de passage proposée est la suivante (permutation de deux composantes uniquement).

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

10. La représentation initiale soumise au changement de base:

$$C_P = C * P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$A_P = inv(P) * A * P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 2.6727 & -0.1818 & 0 \\ 0 & 31.1818 & -0.4545 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$B_P = inv(P) * B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.8182 \\ 4.5455 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Une proposition de conception d'un observateur minimal est la suivante: étant donné la sous-matrice C1 de C_P (dimension 2x2), on conçoit un observateur minimal identité pour 2 états (lié à C2), sur le quadruplet (A_P, B_P, C_P, D) que l'on partitionne de manière classique:

$$A_{11} = A_P(1 : 2, 1 : 2)$$

$$A_{12} = A_P(1 : 2, 3 : 4)$$

$$A_{21} = A_P(3 : 4, 1 : 2)$$

$$A_{22} = A_P(3 : 4, 3 : 4)$$

$$B_1 = B_P(1 : 2)$$

$$B_2 = B_P(3 : 4)$$

Les calculs n'étant explicitement demandés, avec l'hypothèse de l'observabilité de la paire (A_{22}, A_{12}) , le résultat numérique de l'observateur est le suivant.

$$F = A_{22} - G_2 A_{12}$$

$$G = F G_2 + A_{21} - G_2 A_{11}$$

$$H = B_2 - G_2 B_1$$

$$\text{avec } G_2 = \begin{bmatrix} 19.8182 & -0.4545 \\ 0 & 20.0000 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} -396.3636 & 2.6727 \\ 9.0909 & -368.8182 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1.8182 \\ 4.5455 \end{bmatrix}$$

(code: $G_2 = \text{place}(A_{22}', A_{12}', [-20 \ -20])'$; $F = A_{22} - G_2 * A_{12}$; $G = F * G_2 + A_{21} - G_2 * A_{11}$; $H = B_2 - G_2 * B_1$; $M = \text{eye}(2)$;))

11. Ci-dessous (Figure 4), le schéma conçu avec SIMULINK.

Remarque: étant donné la question se limitant à fournir un schéma-bloc, aucune simulation de vérification/validation ne sont demandées et donc fournies. Toutefois, pour y arriver, des tests sous conditions initiales différentes (non nulles) sont utiles.

6 - Synthèse d'un observateur identité

12. Question mal posée, floue.
13. et 14. Pour comparer les asservissements par retour d'état basé observateur, il est conseillé de rajouter un cahier des charges sur la précision pour une meilleure compréhension des simulations. Ci-dessous (Figure 5), le schéma conçu avec SIMULINK permettant des tests de comparaisons qu'il faut faire varier d'un point de vue conditions initiales. La performance de l'observateur minimal (sur l'observateur identité) est visible pour des conditions initiales non nulles, ce dernier utilisant tout y et pas seulement la première sortie. D'un point de vue performances, les réponses des observateurs sont respectées (convergences et dynamique).

Remarque: étant donné la question se devant de fournir une comparaison, des conditions initiales et des unités auraient été intéressantes à proposer. Les conditions choisies sont nulles puis non nulles (0.1) pour la position du chariot. D'un point de vue dynamique du système complet les dynamiques (celles liées à la commande) et celles des observateurs sont élaborées séparément. Les visualisations par oscilloscope pour les erreurs (Scope1 et

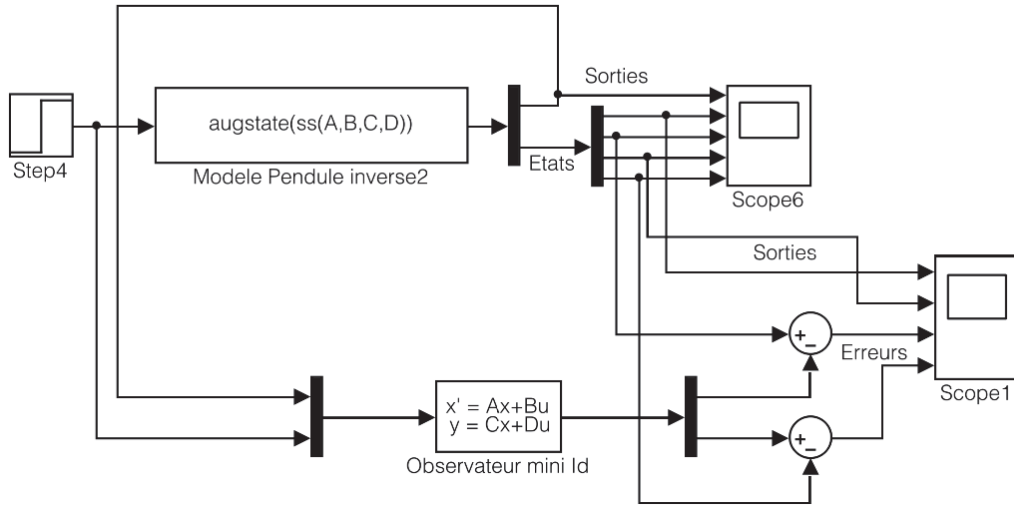


Figure 4: Schéma Simulink du modèle proposé avec un observateur minimal identité, de dimension 2 (le système utilisant la fonction "augstate").

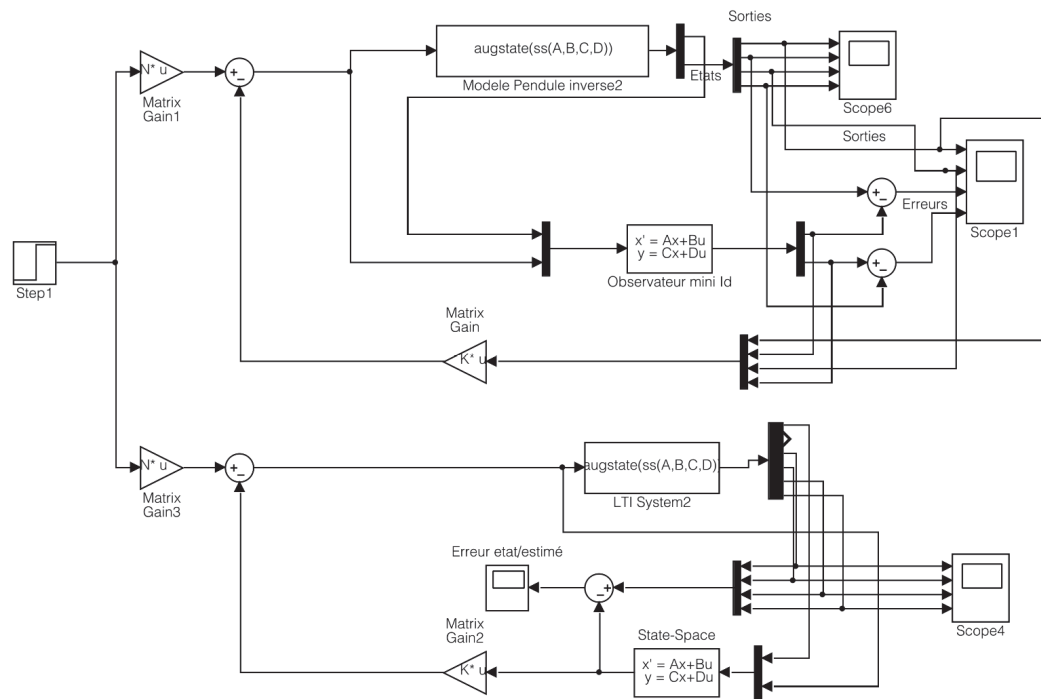


Figure 5: Schéma Simulink de l'asservissement par commande retour d'état basé observateur identité (partie inférieure) et minimal identité (partie supérieure).

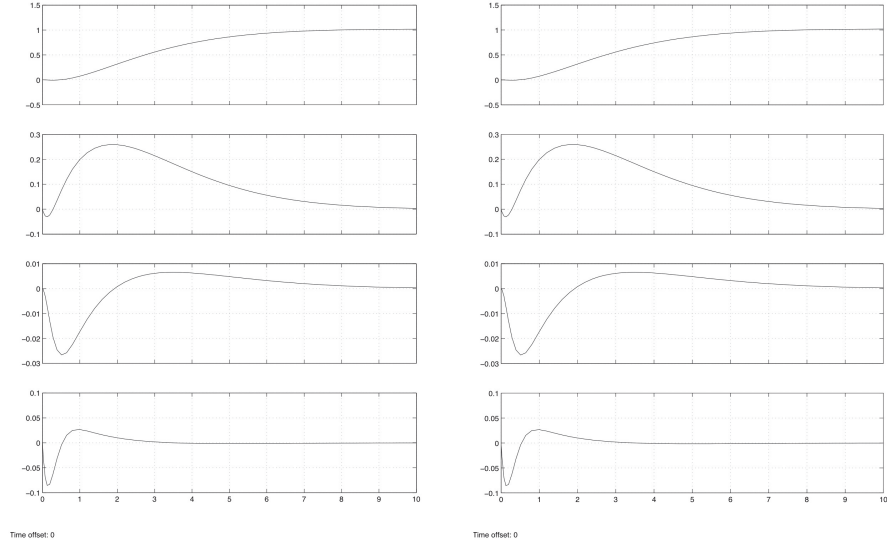


Figure 6: Evolution des états (respectivement position/vitesse chariot, position/vitesse angulaire pendule) de l'asservissement par commande retour d'état basé observateur identité (droite) et minimal identité (gauche), pour des CI nulles

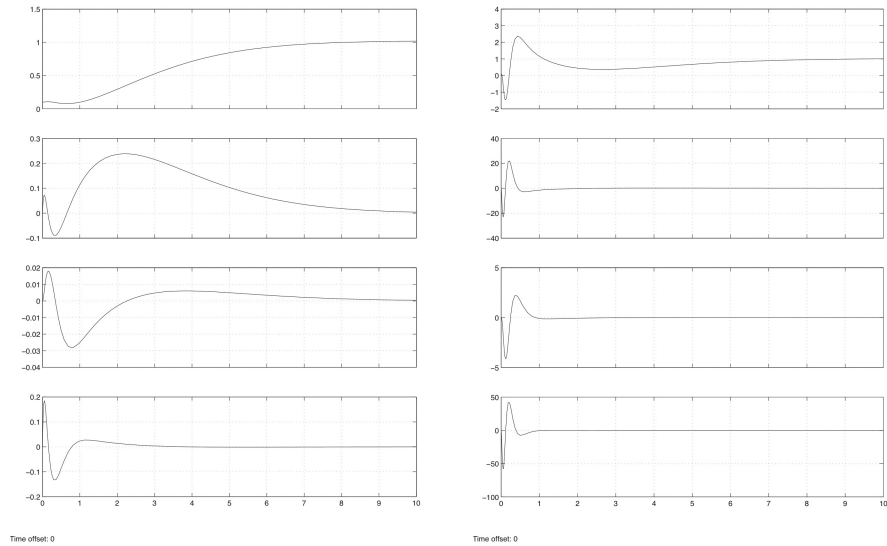


Figure 7: Evolution des états (respectivement position/vitesse chariot, position/vitesse angulaire pendule) de l'asservissement par commande retour d'état basé observateur identité (droite) et minimal identité (gauche), pour des CI non nulles

Erreur Etat/estimé) et pour les sorties ((Figures 6 et 7) confirment ce résultat. Les modes de la commande et de l'observateur sont découplés.